

LES PAVAGES DU PLAN

Ces travaux sont mis en place dans la circonscription de Vitry sur Seine (94) au niveau des classes de cycle 2 (grandes sections , CP et CE1).

Cette réflexion a été mise en place à partir de divers constats prenant en compte les problèmes généraux de vision du plan euclidien, la liaison peu fiable entre les dimensions 2 et 3 (le solide et ses patrons, le déplacement dans la ville et sa reconnaissance sur un plan imagé).

L'hypothèse émise consiste à considérer que l'enfant doit pouvoir concevoir dans l'espace (dimensions 2 ou 3) que des objets sont identiques s'ils obéissent à une transformation géométrique simple (translation ou symétrie) ou une composition de translations et de symétries.

La démarche consiste à proposer aux élèves des situations où des objets mathématiques sont à observer à analyser puis à reproduire, enfin à construire et à expliquer la construction en évitant tout mot qui n'appartienne pas au lexique de cet âge (ex : translation est traduit chez l'enfant par bouger, déplacer, marcher... ; symétrie se traduit par tourner, retourner, faire un tour...).

Le matériel de base :

Des formes à assembler afin d'obtenir un pavage du plan puis à colorer

Des formes géométriques complexes dont les motifs de base sont à colorer

Des formes à assembler afin d'obtenir un motif imposé (les tam gram en font partie)

Des formes pour pouvoir créer des motifs pavant le plan

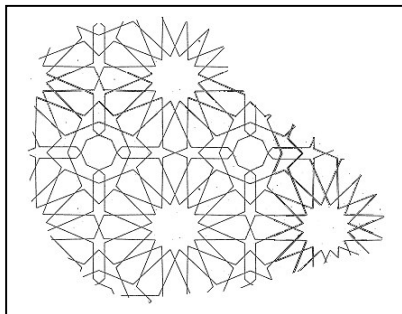
Tous ces matériels figurent en annexe et taille réelle

EXERCICES PROPOSES

Exercices 1

Utilisation de la forme 1 (suivant les classes les formes ont été choisies en fonction de leur « simplicité apparente »)

Objectif : reconstituer un objet en juxtaposant ou superposant des objets. Les motions incluses sont la rotation et la translation



« Vous possédez chacun des petits morceaux de cette forme, il faut les assembler pour obtenir la forme la plus grande possible »

Les élèves de CP ont manipulé cette forme assez simplement, les contours formant un objet dont la représentation mentale est proche du carré sont aidants.

Représentations mentales des objets mathématiques :

Par la coloration des formes identiques (à une isométrie près), les élèves déterminent diverses familles d'objets constitutifs du pavage. Ces objets ne peuvent pas être nommés mais simplement montrés (exception faite

des formes simples : carré , triangle, figure à n côtés).

Deux formes ont été reconnues et colorées. Agrandies et découpées, les élèves ont pu constater par superposition qu'il s'agissait de fait des mêmes unités de base, mais que l'arrangement était différent.

Nota : le choix des colorations des pièces n'ayant pas été discuté au départ, les élèves dans un premier temps n'ont pas reconnu les formes identiques, la variable couleur est une variable didactique qui détermine la vision privilégiée de formes. Il a été nécessaire dans d'autres classes de limiter les coloris et de décider pour la classe dans un second temps, sur un second exemple, de fixer les couleurs de chaque pièce.

(les autres formes proposées sont les formes 2,3,4 et 5)

chaque classe a principalement travaillé sur deux formes, mais pour les CP et surtout les CE1, une forme supplémentaire a été utilisée en travail autonome par les élèves.

Les premiers constats :

Principalement en CP l'activité a été fructueuse et riche. Est-ce l'année où les élèves mobilisent encore leur imaginaire ?

En CE1 : les formes reconnues sont les formes normées et « régulières »

En GS : le problème principal est la vision de pièces en rotation ou symétriques

Ce qui sera mené l'année prochaine :

le support ne sera plus du papier mais du papier transparent (afin de permettre une vision plus facile des superpositions)

et

travail en synthèse avec les enseignants : usage du vidéo-projecteur pour visualiser en collectif les pièces, pouvoir les coloriser et travailler sur les isométries de type translation ou rotation

Exercices 2

Les objectifs poursuivis dans cette série d'exercices consiste après avoir observer des formes géométriques de base, de pouvoir les assembler afin de réaliser des motifs (soit ces motifs sont imposés, soit ces motifs sont libres).

Les éléments utilisés ont été fabriqués pour une première approche en papier, les formes tenant dans un format d'environ 4 cm sur 4 cm.

Le pavage de Truchet

Les élèves disposent de carrés où sont inscrites 4 formes possibles (selon le niveau de classe). Le nombre d'objets est suffisamment grand pour que 4 élèves travaillent ensemble (60 pièces)

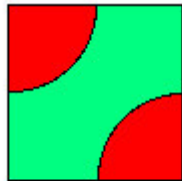
Objectifs : reconstituer la forme proposée

Créer une forme à faire exécuter par des camarades

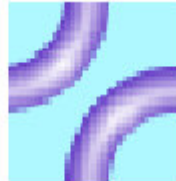
Les formes de base :



niveaux CP CE1



CP CE1



CE1



CE1



GS CP

permettent pour CP et CE1 d'élaborer des stratégies

avec une seule forme et une réflexion sur les rotations et symétries par référence à une forme donnée puis création de formes libres.

A partir de ces formes et pour ébaucher les séquences suivantes : proposition de mettre en place les stratégies relatives au triangle

Exercices de stratégies

Les triangles de Mac Mahon

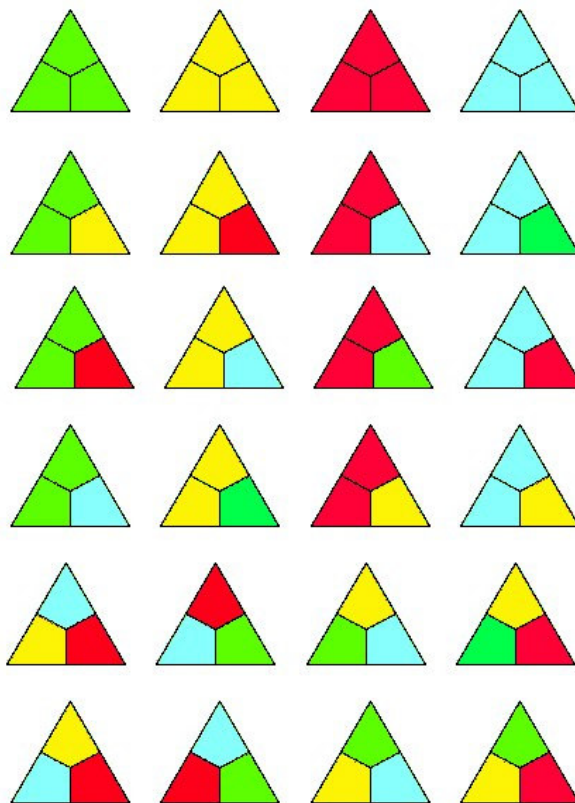
Objectif :

arrangement de triangles équilatéraux composés chacun de trois couleurs, deux triangles peuvent s'accoler à la seule condition de posséder une couleur commune

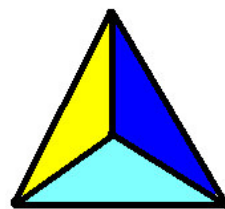
Première tâche : constituer et colorer les triangles sachant que ceux-ci sont tricolores et que les couleurs possibles sont le bleu, le vert, le rouge et jaune (24 cas possibles)

Seconde tâche : jouer (chaque enfant possédant 20 triangles) : l'aire maximale a été délimitée afin d'éviter les aspects linéaires

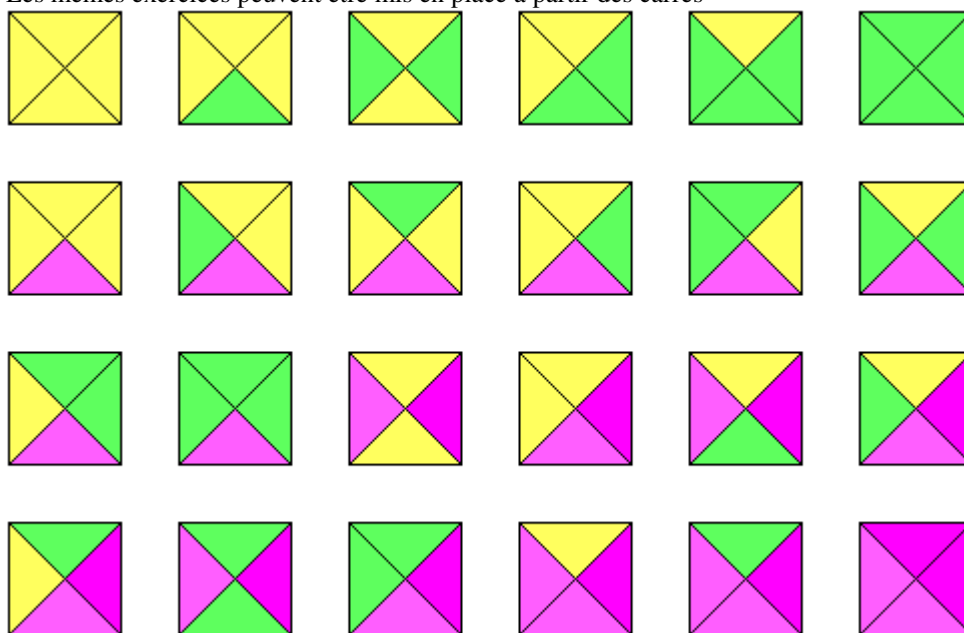
Troisième activité : regarder les arrangements (CE1 puis CE2 en regard) et pouvoir préciser certaines des formes obtenues



Il existe une autre variante des triangles : les découpes sont repérables par les médiatrices, mais bien que la réalisation soit simplifiée, les élèves de CE2 n'ont pu réaliser de nombreuses pièces à l'aide de la règle et du compas



Les mêmes exercices peuvent être mis en place à partir des carrés



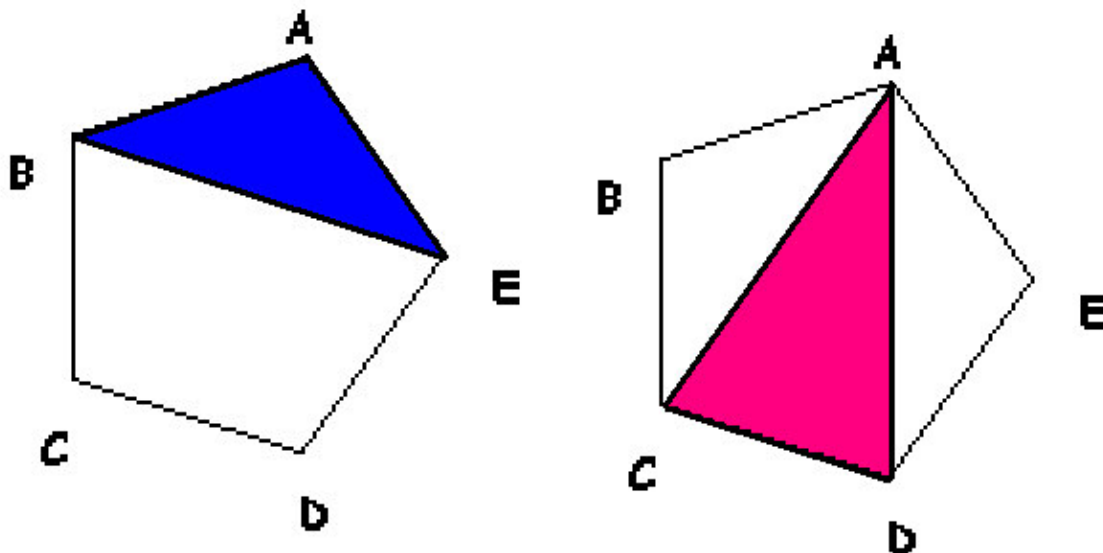
Des formes complexes à assembler (partie création artistique)

Les triangles de Penrose

Objectif : pavage du plan à l'aide de triangles manipulations concernant les symétries les rotations, la notion de translation n'a pas été abordée (niveaux concernés CE1 CE2)

Il s'agit ici de confier aux élèves des triangles, ceux-ci doivent comparer les mesures des côtés et dans un premier temps les assembler par 2 pour obtenir des figures plus complexes, puis réaliser des regroupements afin de paver le plan

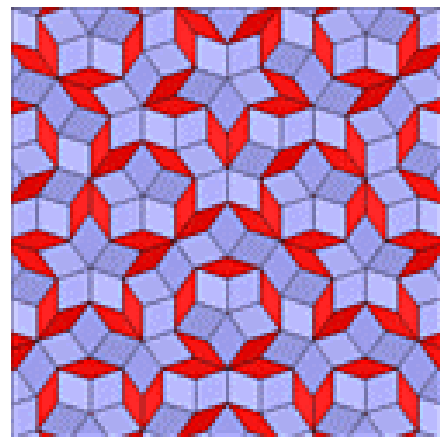
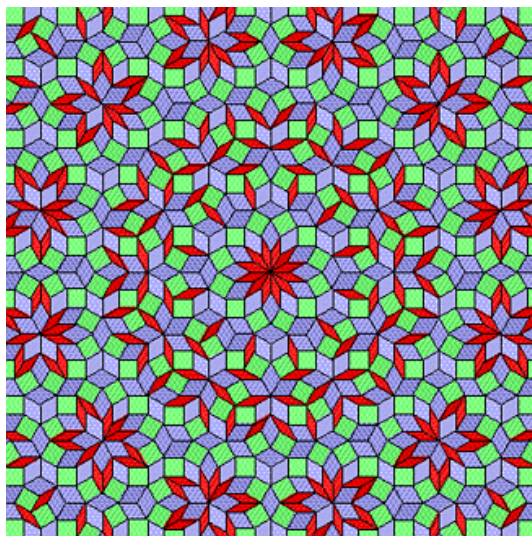
On détermine rapidement que



On détermine rapidement pour l'enseignant la valeur des angles 108° , 36° , 36° pour le triangle EAB et 72° , 72° , 36° pour le triangle ACD pour l'élève : $AB = CD = AE$
travail de formation de figures complexes à partir des figures de base :



A partir de ces formes, agencements pour créer le pavage du plan :



D'autres réalisations se trouvent en annexe

Le point actuel :

Ces travaux font suite à ceux entrepris l'année précédente sur le passage de la réalité au plan.

Les conséquences :

Manipulation des objets mathématique et travail non plus sur l'aspect mais sur des propriétés

Vision plus globale des figures

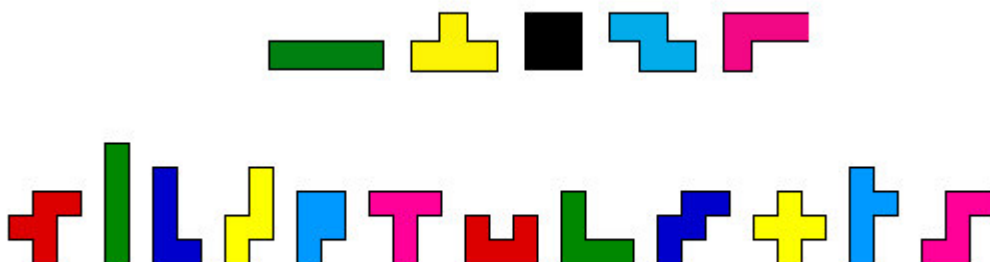
Activités développant l'imaginaire

Travail sur les représentations des objets mathématiques sans avoir pour autant une modélisation préalable

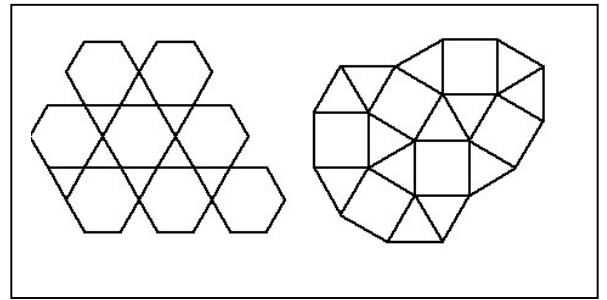
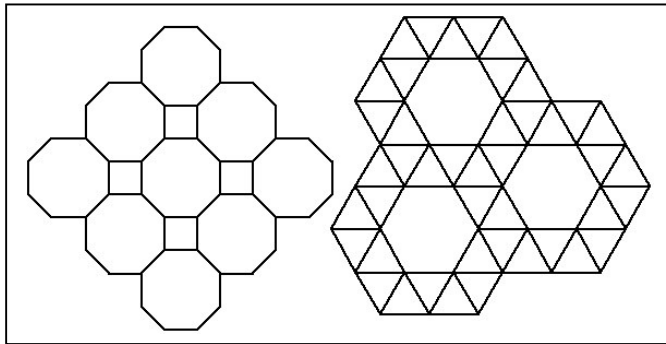
Les prolongement :

Les prolongements sont prévus pour cette année en direction des CE2 et surtout CM1 : travaux sur les quadrilatères et sur les isométries (dessins géométriques) dans deux directions :

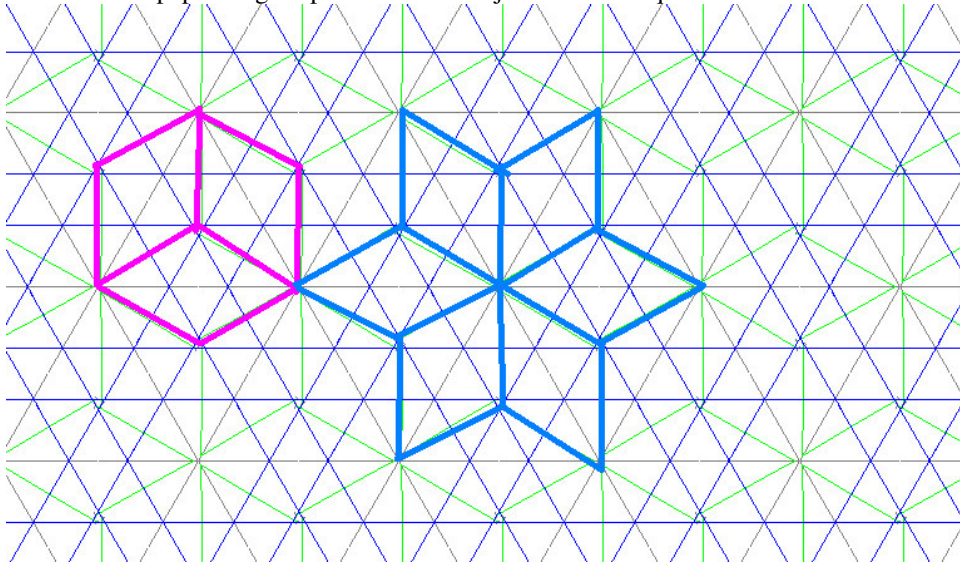
Pavage du plan à partir de formes polygonales :



Pavage du plan à l'aide de formes polygonales complexes :



Utilisation de papiers lignés pour créer des objets mathématiques



un exemple est fourni avec du papier ligné à 60° ; deux formes possibles ont été indiquées.
Il est possible d'entreprendre des travaux similaires avec du papier à 45°

Bibliographie :

Penrose : pavages et tessellations

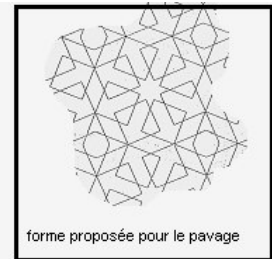
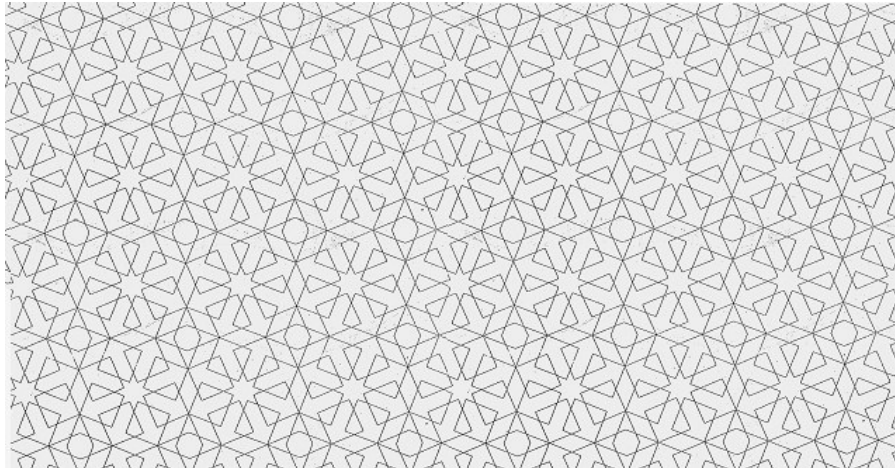
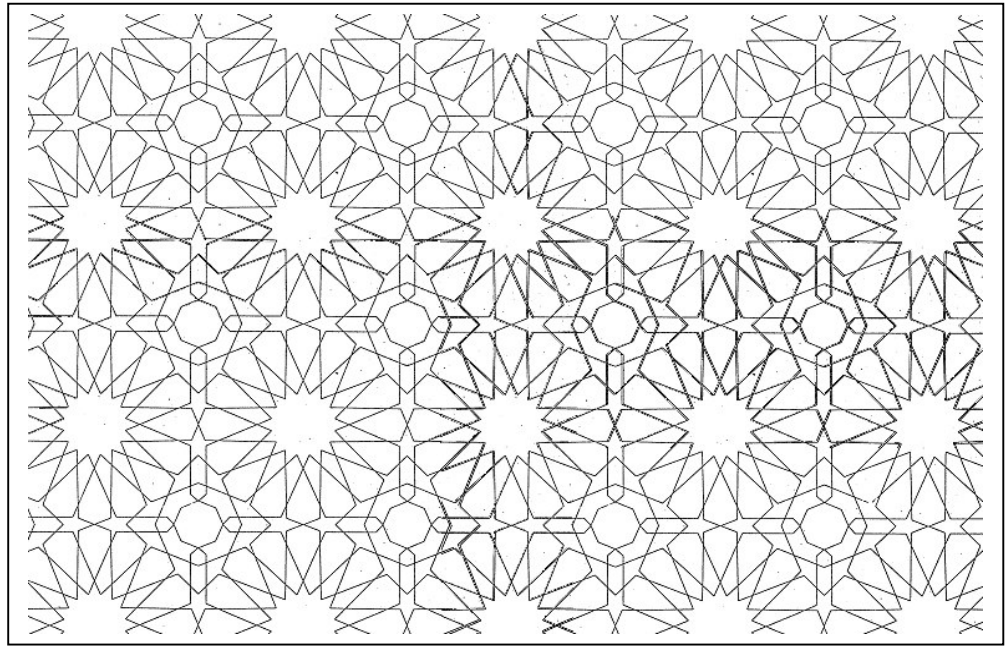
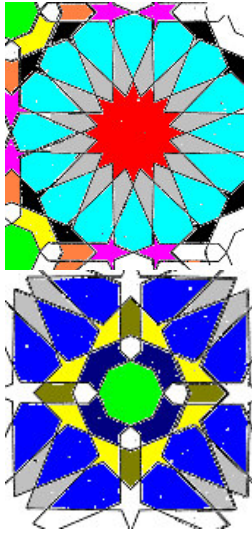
Truchet : pavages par J.P Delavan

www.tessellations.org/

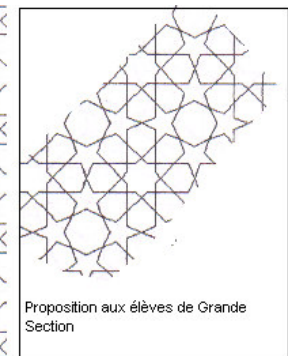
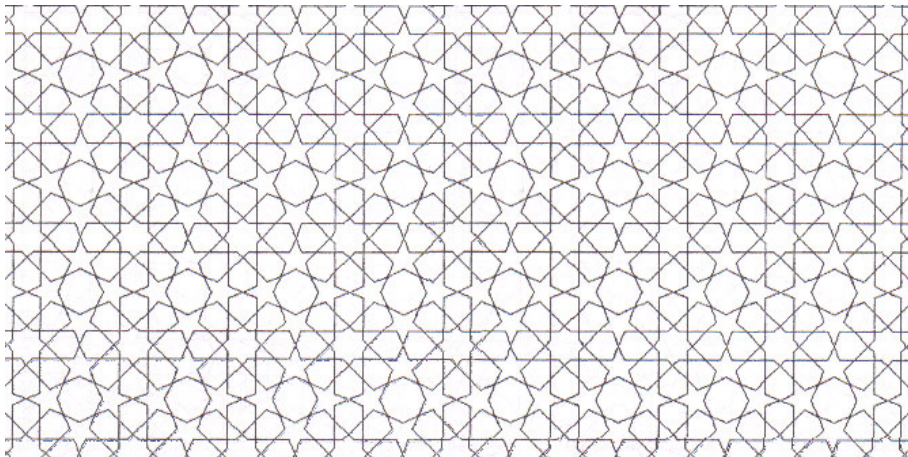
The Four Types of Symmetry in the Plane written by Dr. Susan Addington

ANNEXES

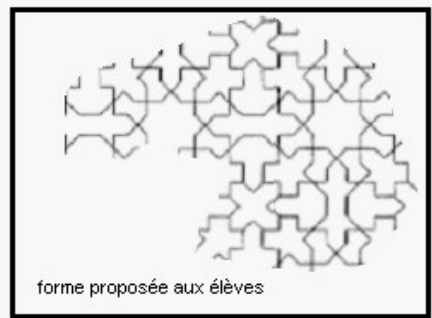
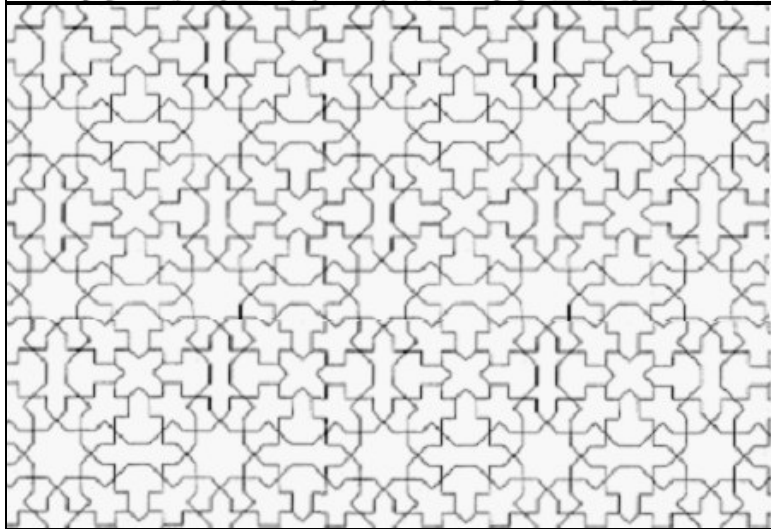
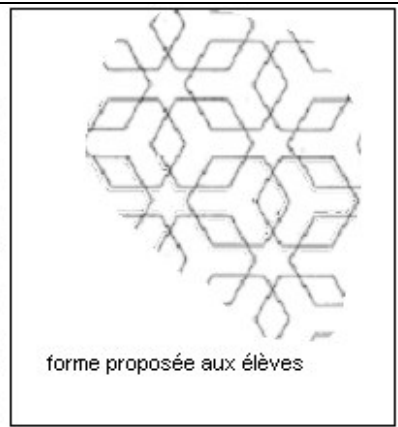
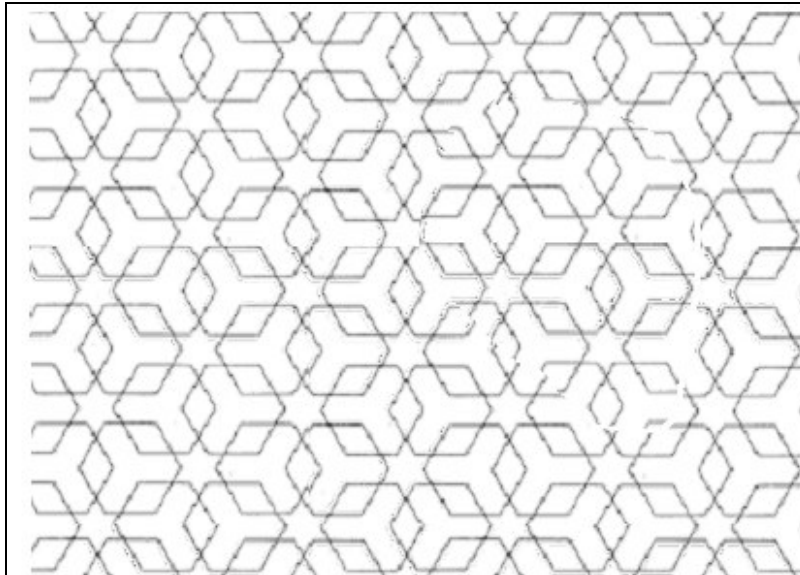
Forme 1



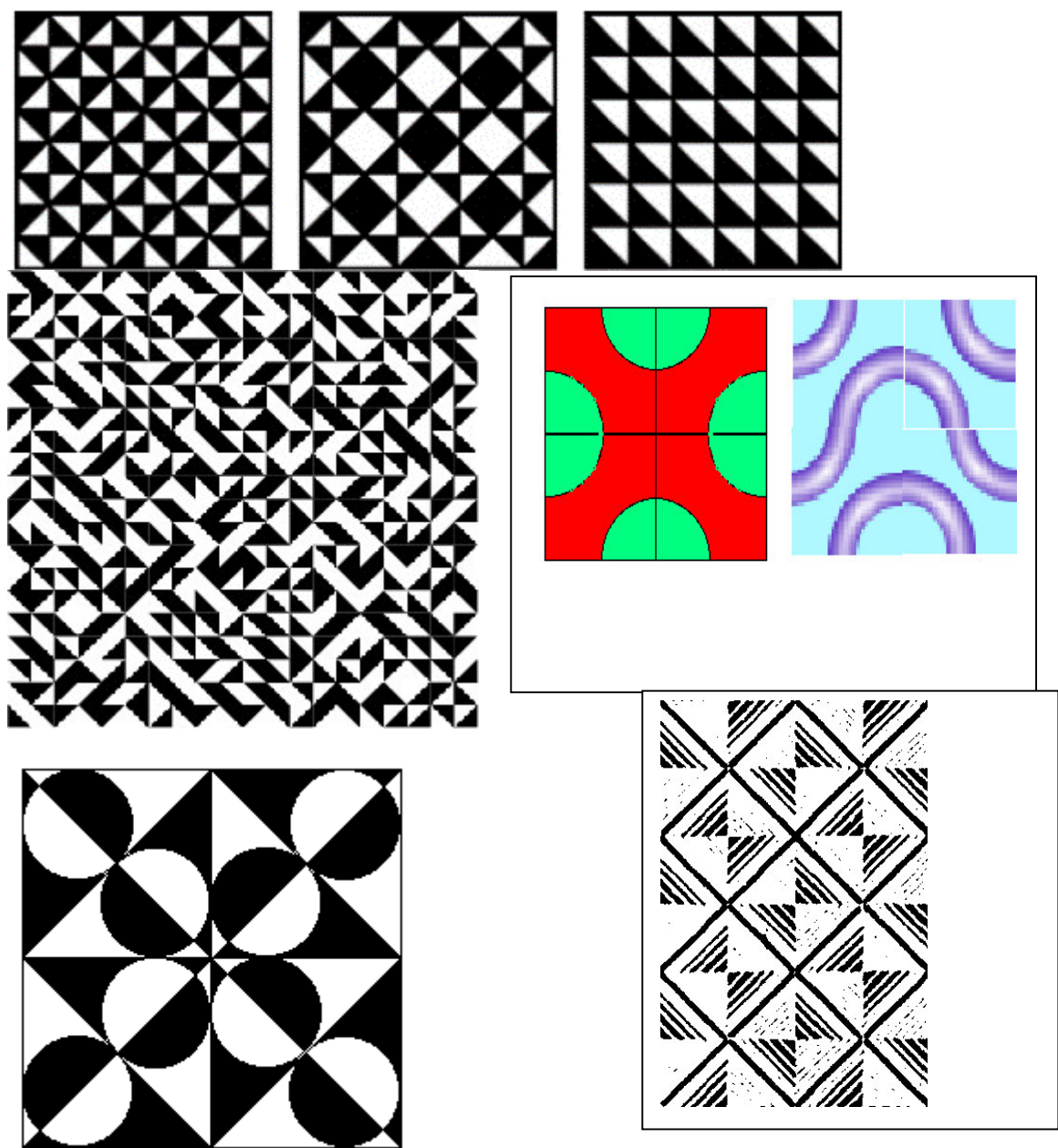
forme proposée pour le pavage



Proposition aux élèves de Grande Section



Annexes 2
Formes de TRUCHET



pour ces formes, il existe de fait 2 objets symétriques de base

annexe 3

