Concours de recrutement de professeur des écoles session 2014, groupement académique 3

Corrigé non officiel de la deuxième épreuve d'admissibilité proposé par http ://primaths.fr

Première partie

A Optimisation du volume d'un moule

1. Le côté de la plaque étant de 10 cm, il est impossible de découper dans chaque coin un carré de côté supérieur à 5 cm, les graphiques 1 et 3 ne conviennent donc pas.
   Si on découpe dans chaque coin un carré de 2 cm de côté, les dimensions de la boite obtenue seront de 6 cm, 6 cm et 2 cm, son volume sera alors de $6 \times 6 \times 2$ soit 72 cm^3, ce qui exclut le graphique 4.
   L'énoncé affirmant qu'un des graphiques est correct, cela ne peut être que le graphique 2.
2. Par lecture du graphique 2, le volume maximum de la boite est obtenu quand le côté des petits carrés découpés mesure entre 1 cm et 2 cm.

B Optimisation de la disposition des moules sur les plaques de cuisson

1. Procédons par essais.
   Pour aligner 4 moules, il faut 28 cm plus 5 espaces d'un cm, soit 33 cm en tout.
   Pour aligner 5 moules, il faut 35 cm plus 6 espaces d'un cm, soit 41 cm en tout.
   Pour aligner 8 moules, il faut 56 cm plus 9 espaces d'un cm, soit 65 cm en tout.
   Pour aligner 9 moules, il faut 63 cm plus 10 espaces d'un cm, soit 73 cm en tout.
   Les dimensions de la plaque étant de 40 cm et 70 cm, le pâtissier pourra placer au maximum 4 moules dans un sens et 8 dans l'autre, soit 32 moules par plaque.

C Optimisation du coût du chocolat

1. Pour réaliser sa recette, le particulier a besoin de 200g pour 4 personnes, donc de 50 g pour une personne et de 17×50 g, soit 850g pour 17 personnes.
   Remarque : 850 g est probablement la réponse attendue, cependant il est rare de dire qu'on se reçoit soi-même, il y aura donc probablement 18 convives, les 17 personnes reçues et le particulier qui les accueille...il aura donc besoin de 900 g de chocolat.

2. Prix du chocolat
   (a) Les tablettes de chocolat « Saveur » et « À cuisiner » étant plus chères que les tablettes de chocolat « Pâtissier » pour une masse égale, elles ne peuvent pas conduire à la dépense minimum. Pour avoir 850 g de chocolat avec un seul type de tablette, le particulier peut donc choisir entre :
      i. 6 tablettes de 150 g de chocolat Dégustation pour un prix total de 6×2,10€ soit 12,60€.
      ii. 5 tablettes de 200 g de chocolat Pâtissier pour un prix total de 5×2,62€ soit 13,10€.

iii. 9 tablettes de 100 g de chocolat Intense pour un prix total de 9×1,36€ soit 12,24€. C'est donc le chocolat « Intense » qui permet de dépenser le moins possible.

(b) 5% de 12,60€, c'est 0,63€. Le prix total des tablettes de chocolat Degustation en tenant compte de la réduction serait donc de 12,60€ - 0,63€ soit 11,97€. Choisir ces tablettes serait alors la solution la plus avantageuse.

Deuxième partie

Exercice 1

1. Un rectangle de dimensions 30 cm et 2 cm a une aire de 60 cm^2 et un périmètre de 64 cm
   Un rectangle de dimensions 10 cm et 12 cm a une aire de 120 cm^2 et un périmètre de 44 cm.
   Le deuxième rectangle a une aire plus grande que le premier, mais un périmètre plus petit, l'affirmation 1 est donc fausse.
2. Un cube d'un mètre d'arête est un agrandissement de coefficient 2 d'un cube de 50 cm d'arête. Dans cet agrandissement, le volume est multiplié par 2^3, c'est-à-dire par 8. L'affirmation 2 est donc vraie.
   Remarque : La réponse ci-dessus est probablement la réponse attendue. Elle est correcte s'il ne s'agit pas de remplir les cubes avec les sacs de ciments eux-mêmes mais avec le ciment, en vidant les sacs. En revanche, si on s'intéresse aux sacs, on peut remplir le grand cube avec 40 sacs parallélépipédiques dont les dimensions sont 20 cm, 25 cm et 50 cm, mais on ne peut pas remplir le petit cube avec 5 sacs du même type.
3. Soit d le chiffre des dizaines de A et u son chiffre des unités (d et u peuvent prendre toutes les valeurs entières de 0 à 9 puisqu'on accepte des écritures comme 04).
   On a alors A=10d+u et B=10u+d, donc A+B = 10d + u + 10u + d = 11d + 11u = 11(d+u).
   La dernière écriture de A+B montre que A+B est divisible par 11, l'affirmation 3 est vraie.
4. La diminution est de 30% de la *masse au début de l'hiver*. L'augmentation est de 30% de la *masse à la fin de l'hiver.*
   La masse au début de l'hiver et la masse à la fin de l'hiver n'étant pas égales, la diminution de la masse et l'augmentation de la masse n'ont pas la même valeur, l'ourson ne retrouve donc pas sa masse initiale. L'affirmation 4 est fausse.
   Autre rédaction : diminuer de 30%, c'est multiplier par 0,70. Augmenter de 30%, c'est multiplier par 1,30. Après les deux changements, la masse de l'ourson a donc été multipliée par $0,70 \times 1,30$ *soit par 0,91. L'ourson n'a pas retrouvé sa masse initiale, l'affirmation 4 est fausse.*
5. La partie occupée par le liquide est un cône, réduction de coefficient 1/2 du cône complet. Dans cette réduction, le volume est multiplié par le cube de 1/2, le volume de liquide est donc égal à 1/8 du volume du verre. L'affirmation 5 est fausse.

Exercice 2

1. à la vitesse d'un mètre par seconde, on parcourt 3600 m en une heure. il en résulte que 1 m/s = 3,6 km/h.

Pour obtenir la mesure en m/s d'une vitesse, il suffit donc de diviser par 3,6 sa mesure en km/h.

L'énergie cinétique du camion d'une tonne roulant à 100 km/h est alors de $\frac{1}{2} \times 1000 \times \left(\frac{100}{3{,}6}\right)^2$ soit environ 385800 J.

2. L'énergie cinétique n'est pas proportionnelle à la vitesse puisqu'elle est proportionnelle au carré de la vitesse. En d'autres termes, si la vitesse est doublée, l'énergie cinétique est multipliée par 4, et non par 2 comme ce serait le cas si ces deux grandeurs étaient proportionnelles.

Exercice 3

1. S'il y a une chance sur deux qu'un nouveau-né soit un garçon, les quatre façons suivantes d'avoir deux enfants sont équiprobables et constituent l'ensemble des possibilités (l'aîné est indiqué en premier) :
   fille-fille ; fille-garçon ; garçon-fille ; garçon-garçon
   Chacun de ces cas a donc une probabilité de 1/4, la probabilité d'avoir deux garçons dans une famille de deux enfants est de 1/4.
2. L'étude statistique montre que dans la ville étudiée, pour un nombre important de familles, la fréquence observée des familles ayant deux garçons parmi les familles de deux enfants est proche de la probabilité calculée de 25%.

Exercice 4

1. Formules à saisir dans le tableur
   (a) Dans la cellule E9, on peut saisir la formule « =B9+C9+D9 ».
   Remarque : la formule « =SOMME(B9 :D9) » fonctionne également (à condition d'utiliser « : » et non « ; » qui ferait calculer seulement B9+D9). La présence de signes « $ » devant les coordonnées litérales B C ou D n'est pas utile mais ne change pas le résultat, elle est donc acceptée. En revanche des « $ » devant les coordonnées numériques ($9) provoqueraient le calcul du temps total de l'athlète 1 à toute les lignes.
   (b) Dans la cellule B14, on peut saisir la formule « =(B9+B10+B11+B12+B13)/5 »
   Remarque : on peut également saisir « =SOMME(B9 :B13)/5 » ou « =MOYENNE(B9 :B13) ».
   Les « $ » sont toujours inutiles, mais sont acceptables devant les coordonnées numériques, pas devant les lettres.
2. Sur l'ensemble des trois épreuves, l'athlète 1 a parcouru 51,5 km en 133 min. Il a donc parcouru en moyenne en une minute 133 fois moins, et en 60 minutes 60 fois plus qu'en une minute.
   En moyenne, l'athlète 1 parcourt donc en une heure $\left(\frac{51{,}5}{133} \times 60\right)$ km, soit environ 23,2 km.
   Sa vitesse moyenne est d'environ 23,2 km/h.

Troisième partie

A-En cycle 2

1. Quand l'enseignant propose « 3 enfants » la détermination du nombre de bonbons par addition est facile : $4+4+4 = 12$. Il est peu probable que les enfants utilisent la multiplication

dans ce cas.
Quand l'enseignant propose « 23 enfants » les élèves, qui ont déjà résolu le problème précédent à l'aide d'une addition, vont probablement essayer dans un premier temps de reprendre la même méthode. Cependant, la détermination du nombre de bonbons par addition serait fastidieuse (23 termes égaux à 4). L'idée qui permet un calcul plus facile relève de la commutativité de la multiplication : 23 fois 4 bonbons, c'est autant que 4 fois 23 bonbons. Les élèves peuvent alors poser soit la multiplication de 23 par 4 (en CE1 on n'étudie que la multiplication par un nombre à un seul chiffre), soit l'addition 23+23+23+23.

2. Quand l'enseignant choisit « 4 aimants », les élèves peuvent additionner un certain nombre de fois quatre jusqu'à obtenir 36 et compter le nombre de « 4 » qu'ils ont dû additionner. Ils peuvent aussi remarquer que 36 est dans la table de multiplication par 4 (supposée connue). 36, c'est 9 multiplié par 4, c'est donc aussi 9 fois 4, ce qui permet de conclure.
Quand l'enseignant choisit « 3 aimants », la procédure par addition successive est encore possible. en revanche, 36 n'est pas dans les résultats mémorisés de la table de 3. Il faudra donc effectuer des essais de multiplications par 3 dans le but d'obtenir 36 aimants (en calcul réfléchi, ou en calcul posé si la technique est connue).

B-en cycle 3

1. Étude de la production de Lucie
Lucie utilise implicitement la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction puiqu'elle calcule $30 \times 8 - 3 \times 8$ pour obtenir 27×8.
Remarque : la division de 420 par 2, posée en colonnes comme une multiplication (avec absence du chiffre 4 de 420) est difficile à interpréter. Cela peut traduire un calcul réfléchi basé également sur la distributivité : puisque tous les chiffres de 420 sont pairs, on obtient la moitié de 420 en prenant la moilié de ses unités, de ses dizaines et de ses centaines. Cette hypothèse est plus fragile que la précédente.

2. Étude de la production d'Adèle

   (a) Adèle montre qu'elle a compris le sens de la multiplication. Elle utilise en effet celle-ci de façon pertinente pour calculer le prix de la livraison de 27 colis à 8€ par colis, ainsi que le prix de la livraison de 27 colis à 420€ par colis (l'erreur commise à cette occasion relève selon nous plus d'une mauvaise compréhension de l'énoncé, qui est complexe, que d'une mauvaise conception de la multiplication.
   Adèle utilise correctement certains résultats des tables de multiplication, comme $7 \times 8 = 56$ ou, probablement, $4 \times 7 = 28$.
   Adèle connait le principe de la technique de la multiplication posée, elle effectue par exemple correctement le décalage à la deuxième ligne de sa multiplication par 27 pour tenir compte du fait que cette ligne représente 420×20 et non 420×2.

   (b) Adèle fait une erreur dans l'interprétation de l'énoncé, elle fait comme si, par bateau, le prix était de 420 € par colis.
   Adèle fait plusieurs erreurs liées aux retenues dans la multiplication de 420 par 7 puis dans l'addition de 2840 et 8400 (le chiffre des dixaine de mille est manquant dans le résultat).
   Remarques : Nous interprétons le « 6 » écrit après 840 comme un point ou un « 0 » mal tracé, cela ne constituerait donc pas véritablement une erreur.

Dans la multiplication de 420 par 27, la valeur de la retenue écrite en haut est illisible et nous ne parvenons pas à interpréter la retenue de l'addition qui semble être de 3
Dans la multiplication de 27 par 8, dont le résultat est correct, la retenue écrite ne semble pas être de 5 (le déchiffrage du document et difficile) ce que nous ne savons pas interpréter.

3. Étude de la production de Noémie
   (a) Noémie réinvestit correctement les deux premières compétences que nous avons citées pour Adèle.
   Noémie effectue correctement des multiplications par un nombre à un chiffre (27×8, 210×7 et 210×2).
   Noémie sait calculer mentalement la moitié de 420.

   (b) Noémie commet une erreur d'interprétation de l'énoncé proche de celle d'Adèle. Elle comprend que l'entrepreneur ne paiera que la moitié de 420€, mais elle considère qu'il s'agit de 210 € par colis et non pour l'ensemble.
   Noémie se trompe dans la multiplication de 210 par 27. L'absence de décallage à la deuxième ligne fait qu'elle calcule en fait $210 \times 7 + 210 \times 2$ et non $210 \times 7 + 210 \times 20$.
   Elle commet une erreur dans l'addition finale de cette même opération, le « 1 », unique chiffre de son rang, devenant « 2 » dans la somme.

C- « Per Gelosia »

1. $32 \times 45 = 30 \times 45 + 2 \times 45 = 30 \times 40 + 30 \times 5 + 2 \times 40 + 2 \times 5 = 1200 + 150 + 80 + 10 = 1440$.
2. L'algorithme « Per Gelosia » est une disposition graphique habile de la méthode de calcul ci dessus utilisant la distributivité. On voit sur la disposition en ligne que 5, 8 et 1 sont les seuls chiffres des dizaines non nuls intervenant dans la somme. on obtient donc en tout 14 dizaines, dont 10 peuvent être regroupées pour former une nouvelle centaine (retenue).
3. Le nombre de centaines (14) est obtenu comme somme de 12 centaines qui constituent 1200, une centaine provenant de 150 et une autre centaine provenant de la retenue décrite à la question précédente.
4. On détermine par l'algorithme Per Gelosia que $642 \times 475 = 304950$ comme suit :